



XI OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA NEVES - 2010

Gabarito da Prova Nível III / Ensino Médio

QUESTÕES OBJETIVAS

	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
A										
B										
C										
D										
E										

SOLUÇÃO DAS QUESTÕES DISCURSIVAS

QUESTÃO 01

Sejam x e y o maior e o menor catetos, respectivamente, do triângulo retângulo. Como o lado do quadrado $ABCD$ mede 3 cm, temos $x - y = 3$. Por outro lado, como o lado de $EFGH$ mede 9 cm, temos $x + y = 9$. Resolvendo o sistema, encontramos $x = 6$ e $y = 3$. Logo, o lado do quadrado $IJKL$, que é a hipotenusa do triângulo retângulo, mede $\sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$ cm.

OUTRA SOLUÇÃO:

O quadrado $IJKL$ e o quadrado $MNOP$ têm como lados as hipotenusas dos triângulos retângulos dados, logo têm a mesma área s . Fazendo os dois quadrados coincidirem, concluímos que o dobro da soma t das áreas dos quatro triângulos retângulos é a diferença entre as áreas dos quadrados $IJKL$ e $EFGH$, ou seja, $2t = 9^2 - 3^2$, o que fornece $t = 36$. Assim, $s = 9 + 36 = 45$ cm² e o lado do quadrado $IJKL$ é $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$ cm.

QUESTÃO 02

a) O elevador B pára nos múltiplos de 5.

O elevador C pára nos múltiplos de 7.

O elevador D pára nos múltiplos de 17.

O elevador E pára nos múltiplos de 23.

Como 5, 7, 17 e 23 são números primos, para que todos parem num mesmo andar, este tem que ser múltiplo de $5 \cdot 7 \cdot 17 \cdot 23 = 13685$ e o prédio só tem 1000 andares.

b) Para que num andar parem exatamente quatro elevadores, devem parar A , que pára em todos, e três dos restantes.

B, C e D param nos múltiplos de $5 \cdot 7 \cdot 17 = 595$

B, C e E param nos múltiplos de $5 \cdot 7 \cdot 23 = 805$

B, D e E param nos múltiplos de $5 \cdot 17 \cdot 23 = 1955$

C, D e E param nos múltiplos de $7 \cdot 17 \cdot 23 = 2737$

Logo, os andares onde param 4 elevadores são o 595 e o 805.